**SUBIECTELE PENTRU EXAMENUL DE LICENŢĂ**

**LA „MATEMATICĂ”,**

**SPECIALITĂŢILE “MATEMATICĂ” ŞI „MATEMATICĂ APLICATĂ”**

***SESIUNEA 2017***

##  Programa examenului de licenţă la specialităţile „Matematică” şi „Matematică aplicată” este formată din 2 părţi: tematica generală (comună pentru ambele specialităţi) şi tematica specială (separată pentru fiecare specialitate).

**TEMATICA GENERALĂ**

**(SPECIALITĂŢILE „MATEMATICĂ” ŞI „MATEMATICĂ APLICATĂ”)**

**Calcul diferenţial, Analiză matematică**

1. Proprietăţile globale ale funcţiilor continui de mai multe variabile definite pe mulţimi compacte. Teoremele Weierstrass şi Cantor, teoremele Bolzano-Cauchy.
2. Noţiune de diferenţiabilitate a unei funcţii de mai multe variabile. Relaţia dintre diferenţiabilitatea funcţiei, continuitatea funcţiei şi derivatele parţiale ale funcţiei. Criteriul de diferenţiabilitate. Derivate parţiale de ordin superior ale unei funcţii de mai multe variabile şi teorema Schwartz despre egalitatea derivatelor parţiale mixte.
3. Extremele funcţiei de două variabile: condiţii necesare şi condiţii suficiente pentru extrem.
4. Definiţia integralei improprii de prima şi a doua speţă. Convergenţa integralei improprii de speţa I în cazul funcţiei pozitive, teoremele de comparaţie. Criteriul Cauchy de convergenţă a integralei improprii de speţa I şi criteriile Abel şi Dirichlet.
5. Serii numerice cu termeni pozitivi, criteriile Cauchy-Hadamard, D’Alembert, Raabe-Duhamel şi integral Cauchy-MacLaurin de convergenţă a seriilor cu termeni pozitivi. Serii alternante, criteriul lui Leibniz. Criteriul general Cauchy de convergenţă a seriilor cu termeni arbitrari. Serii absolut convergente şi semiconvergente. Criteriile Dirichlet şi Abel.
6. Serii de puteri: definiţie, proprietăţi. Teorema I a lui Abel. Formula Cauchy-Hadamard şi formula D’Alembert pentru calcularea razei de convergenţă a seriei de puteri.
7. Integrale duble: definiţie, proprietăţi, condiţii de existenţă. Calculul integralei duble prin reducerea la o integrală iterată.

**Algebră liniară, Structuri algebrice**

1. Bază şi dimensiune într-un spaţiu vectorial. Subspaţii, operaţii cu subspaţii.
2. Operatori liniari. Vectori şi valori proprii ai unui operator liniar. Reducerea matricelor la forma diagonală.
3. Grupuri, subgrupuri, grupuri factor. Morfisme de grupuri. Grupuri ciclice. Inele, ideale, inele factor, corpuri. Morfisme de inele. Teoreme de izomorfism (pentru grupuri, inele).
4. Forme (funcţii) biliniare. Forme (funcţii) pătratice. Reducerea formelor pătratice la forma canonică (metoda lui Lagrange, metoda lui Jacobi). Forme pătratice pozitiv definite. Criteriul lui Sylvester.

**Geometrie analitică**

1. Sistemul de coordonate afin şi cartezian rectangular. Operaţii cu vectori în coordonate. Dependenţa liniară a vectorilor. Transformări de coordonate. Produsul scalar, vectorial şi mixt al vectorilor: definiţii, proprietăţi. Produsele în coordonate carteziene rectangulare, aplicaţii.
2. Ecuaţii ale planului; poziţia reciprocă a două plane; distanţa de la un punct la un plan; unghiul dintre două plane; perpendicularitatea a două plane.
3. Diferite forme ale ecuaţiilor dreptei in spaţiu; poziţia reciprocă a două drepte, a dreptei şi planului; distanţa de la un punct la o dreaptă în spaţiu; unghiul dintre dreaptă şi plan.

**Ecuaţii diferenţiale**

1. Ecuaţii diferenţiale de ordinul întâi. Teorema lui Cauchy de existenţă şi unicitate a soluţiei. Ecuaţii diferenţiale de ordinul întâi integrabile în cuadraturi (ecuaţii cu variabile separabile, liniare, Bernoulli).
2. Ecuaţii diferenţiale liniare de ordin superior. Noţiune de sistem fundamental de soluţii. Sistemul fundamental de soluţii al ecuaţiei diferenţiale liniare şi omogene cu coeficienţi constanţi.
3. Ecuaţii diferenţiale liniare neomogene. Metoda Lagrange, metoda cvasipolinomului de găsire a soluţiei particulare.

**Analiză funcţională**

1. Aplicaţii de contracţie. Teorema Banach de punct fix al unei aplicaţii de contracţie, al unei aplicaţii generalizate de contracţie. Aplicaţii ale principiului de contracţie.
2. Operatori liniari, mărginiţi, continui. Norma unui operator liniar şi mărginit.
3. Operatori inversabili. Criteriul de inversabilitate a operatorilor liniari şi mărginiţi în spaţii liniare normate.

**Analiză complexă**

1. Derivata funcţiei de variabilă complexă, interpretarea geometrică, condiţiile Cauchy-Riemann. Formula integrală Cauchy.
2. Dezvoltarea în serii Laurent a funcţiilor analitice pe o coroană circulară. Clasificarea punctelor singulare izolate.
3. Noţiune de reziduu. Teorema fundamentală Cauchy cu privire la reziduuri. Calculul reziduurilor şi aplicaţii la calculul integralelor.

**Topologie, geometrie diferenţială**

1. Spaţii topologice, operaţii cu ele. Axiomele de separare T0, T1, T2, T3.
2. Curbe parametrizate în spaţii euclidiene. Reperul şi formulele lui Frénet. Interpretarea geometrică a curburii şi torsiunii curbei.

**Logică matematică**

1. Axiomele şi regulile de deducţie din calculul propoziţional. Teorema deducţiei şi aplicaţii.
2. Axiomele şi regulile de deducţie din calculul predicatelor. Cuantificatori.
3. Completitudinea calculului predicatelor. Teorema Gödel.

**Teoria probabilităţilor**

1. Repartiţii condiţionate discrete. Valoarea medie condiţionată. Proprietăţi. Variabile aleatoare discrete independente.
2. Caracteristicile numerice ale repartiţiilor: Bernoulli, binomială, Poisson, normală, uniformă.
3. Legea numerelor mari. Teorema Cebîşev; consecinţe.

**Teoria grafurilor**

1. Mulţimi stabile interior şi mulţimi stabile exterior într-un graf neorientat. Estimări ale numărului de stabilitate internă. Nucleul grafului.
2. Tipurile de subgrafuri într-un graf neorientat. Arbore parţial. Algoritmii Prim şi Kruscal. Teorema Kirchhoff.

**Metode de optimizare**

1. Dualitatea în programarea liniară. Teoremele dualităţii.
2. Minimizarea funcţiilor de mai multe variabile. Metoda gradientului. Teorema de convergenţă.
3. Problema programării convexe. Teorema Kuhn-Tucker.

**Calcul variaţional**

1. Extreme ale funcţionalelor definite pe spaţii liniare normate de funcţii. Diferenţiale (variaţii) ale funcţionalei. Condiţii necesare generale de extrem (de ordinul întâi şi doi). Condiţii necesare de extrem în problema elementară de calcul variaţional.
2. Condiţii suficiente de extrem al funcţionalelor definite pe un spaţiu liniar normat. Condiţii necesare Legendre, Jacobi şi Weierstrass. Condiţii suficiente de extrem local în problema elementară de calcul variaţional.

**Analiză numerică**

1. Metodele Euler şi Runge-Kutta de rezolvare a problemei Cauchy pentru ecuaţia diferenţială ordinară .
2. Schema cu diferenţe de tip Adams pentru problema Cauchy.

**TEMATICA SPECIALĂ (SPECIALITATEA „MATEMATICĂ”)**

**Analiză matematică**

1. Şiruri şi serii funcţionale. Convergenţa lor în punct şi pe mulţime. Noţiunea de convergenţă uniformă. Criteriile Cauchy şi Weierstrass de convergenţă uniformă. Proprietăţi ale şirurilor şi seriilor funcţionale convergente uniform: trecerea la limită, continuitatea, integrarea şi derivarea.
2. Convergenţa uniformă a seriilor de puteri. Continuitatea sumei unei serii de puteri. Teoremele despre integrarea şi derivarea seriilor de puteri.

**Geometrie analitică**

1. Studiul suprafeţelor de ordinul II în baza ecuaţiilor canonice: elipsoidul, hiperboloizii, paraboloizii. Suprafeţe cilindrice, suprafeţe conice şi suprafeţe de rotaţie.

**Teoria grupurilor, extinderi de corpuri**

1. Grupuri rezolubile. Irezolubilitatea grupului altern şi a grupului simetric de grad *n*, pentru *n* ≥ 5 .
2. Clasificarea grupurilor abeliene finite.
3. Extinderi de tip finit, extinderi simple. Existenţa numerelor reale transcendente peste câmpul numerelor raţionale.

**Analiză complexă**

1. Integrala de tip Cauchy. Analiticitatea derivatei. Teorema Morera.

**Analiză funcţională**

1. Ortogonalitate în spaţii Hilbert. Serii Fourier în spaţii Hilbert.

**Ecuaţii cu derivate parţiale**

1. Probleme tipice pentru ecuaţia undelor, pentru ecuaţia căldurii şi pentru ecuaţia lui Poisson. Principiul de maxim (minim) pentru soluţiile ecuaţiei căldurii în domeniu mărginit şi în fâşie, consecinţe.
2. Principiul de maxim (minim) pentru soluţiile ecuaţiei lui Laplace, consecinţe.

**Geometrie diferenţială**

1. Prima şi a doua formă fundamentală a suprafeţei în spaţiul euclidian tridimensional şi aplicaţii.

**Aritmetica teoretică**

1. Axiomele lui Peano şi existenţa sistemului numerelor naturale N. Adunarea şi înmulţirea numerelor naturale. Relaţia de ordine pe mulţimea numerelor naturale.
2. Inelul numerelor întregi **Z**, câmpul numerelor raţionale **Q**, corpul cuaternionilor.
3. Existenţa sistemului de numere reale. Teorema completitudinii (teorema lui Cauchy).

**TEMATICA SPECIALĂ (SPECIALITATEA „MATEMATICĂ APLICATĂ”)**

**Modelare matematică**

1. Modelul matematic al balanţei interramurale şi calculele ce pot fi efectuate în baza lui. Coeficienţii cheltuielilor materiale şi ale resurselor directe şi totale.
2. Lanţuri discrete omogene Markov şi aplicarea lor la determinarea evoluţiei pe piaţă a ponderii unor mărfuri concurenţiale.
3. Noţiunea de sistem de aşteptare. Clasificarea sistemelor de aşteptare. Fluxurile de intrare Palm şi simularea lor.
4. Metoda Monte-Carlo şi aplicarea ei la determinarea ariei unei figuri şi a integralei definite. Determinarea erorii metodei.

**Teoria jocurilor**

1. Jocuri matriceale. Aflarea strategiilor optime pure şi mixte în jocurile matriceale.
2. Jocuri noncooperatiste. Teorema Nash de existenţă a strategiilor optime în jocurile noncooperatiste.

**Cercetări operaţionale**

1. Reoptimizările în Programarea liniară. Intervale de stabilitate a soluţiei optime a problemei de Programarea liniară. Modele parametrice de optimizare liniară. Teoreme de bază.
2. Problema acoperirii. Noţiune de cuplaje optimale. Algoritmul ungar pentru determinarea acoperirii optimale. Teorema lui Kuhn de existenţă.
3. Reţele de transport. Fluxul în reţea. Problema fluxului maximal. Teorema lui Ford-Fulkerson. Algoritmul Ford-Fulkerson.

**Teoria grafurilor**

1. Grafuri planare. Formula Euler pentru grafuri planare şi consecinţe. Criterii de planaritate.
2. Grafuri conexe. Estimări ale numerelor de conexitate după vârfuri şi după muchii într-un graf neorientat. Teorema Menger.

**Analiză numerică**

1. Polinomul de interpolare sub forma lui Lagrange sau Newton.
2. Formulele de cuadratură Newton-Cotes. Formula trapezului şi Simpson. Formula Gauss.

**Probabilităţi şi statistică**

1. Convergenţa şirurilor de variabile aleatoare: cu probabilitatea 1 şi în probabilitate.
2. Lanţuri Markov. Clasificarea stărilor, stări recurente.